
Producto C para SUPEN.

Proyección de la mortalidad de Costa Rica 2015-2150

**Centro Centroamericano de Población CCP
de la
Universidad de Costa Rica**

**San José, Costa Rica
Abril de 2018**

Reconocimiento

Este producto fue preparado principalmente por Luis Rosero Bixby, Profesor Emérito de la Universidad de Costa Rica. El estudio se efectuó en el Centro Centroamericano de Población (CCP) de la Universidad de Costa Rica contratado por la Superintendencia de Pensiones (SUPEN). La estimación de los parámetros del modelo Lee-Carter y su proyección estocástica la efectuó el MSc Eduardo Aguilar Fernández, Profesor de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Heredia con un software desarrollado por él para este fin.

Introducción

Las tablas de vida estimadas para el periodo 2010-2015, reportadas a la SUPEN en un documento previo, son tablas por contemporáneos, es decir una descripción, para las distintas edades, de las esperanzas de vida y probabilidades de muerte, que corresponden al patrón de mortalidad de Costa Rica en el quinquenio 2010-2015. Las tablas por contemporáneos describen la mortalidad en las distintas edades de una cohorte hipotética, a diferencia de las tablas por generaciones que describen la mortalidad en una cohorte real. Por ejemplo, cuando con base en las tablas por contemporáneos se dice que una mujer que se pensionó a la edad 60 en 2012 tiene una esperanza de vida de 25,6 años, se está indicando lo que se espera viva en promedio esta mujer de acuerdo con las condiciones de mortalidad de 2010-2015. En la realidad, empero, esta mujer vivirá bajo condiciones distintas a las de ese periodo: lo hará bajo las condiciones de la cohorte real de mujeres nacidas en 1952 (que cumplieron 60 años de edad en 2012) y a partir de la edad 60 estará sujeta a patrones de mortalidad que ocurrirán en Costa Rica con posterioridad al 2012, es decir con la mortalidad de 2022 a los 70 años, de 2032 a los 80 años y así sucesivamente. En este caso real, serían aplicables los patrones de 2010-2015 solo si uno asume que la mortalidad no cambiará en el futuro.

Los actuarios conocen bien este problema y promueven el uso de tablas de mortalidad que incorporen las condiciones esperadas en el futuro. Como es de esperarse que en el futuro la mortalidad disminuya, si uno utilizara la tabla de 2010-2015 para el cálculo de rentas vitalicias y retiros programados, las compañías aseguradoras podrían tener dificultades para cumplir con los términos del contrato y los pensionados quedarían desprotegidos, ya que en promedio vivirán más tiempo que el estimado por la tabla por contemporáneos 2010-2015. Deben, por tanto, estimarse tablas que incorporen las mejoras esperadas en la mortalidad. Para cálculos actuariales de personas en edad de jubilarse la proyección de la mortalidad debería tener un horizonte de unos 50 años, es decir hasta que se extingan las cohortes con alrededor de 60 años en la actualidad. Sin embargo el sistema de pensiones requiere también hacer de vez en cuando cálculos actuariales para personas jóvenes, herederas de una pensión. Para cubrir toda la vida de estas generaciones de jóvenes o, incluso, de recién nacidos se requieren proyecciones de mortalidad con horizontes de más de 100 años.

El presente documento atiende estas demandas actuariales y propone tablas de vida que incorporan las mejoras en la mortalidad que probablemente ocurrirán en Costa Rica en el futuro hasta el año 2150, es decir hasta que se extinga una generación de nacidos en 2035 (bajo el supuesto que se ha venido utilizando de que la longevidad máxima es de 115 años). La propuesta consiste en proyecciones estocásticas de la mortalidad preparadas con el método de Lee-Carter.

En dos estudios previos preparados para SUPEN en 2002 y 2006 se utilizaron las proyecciones oficiales de mortalidad efectuadas como parte de las proyecciones oficiales de población (INEC & CCP, 2002)) para tomar en cuenta las mejoras esperadas en el futuro. En otro estudio más reciente preparado para la SUPEN en 2012 se decidió abandonar las proyecciones oficiales de mortalidad en razón de que: (1) habían quedado obsoletas, tanto

que las nuevas proyecciones de Naciones Unidas para 2010 las modificaron substancialmente (UNPD, 2011); y (2) no tenían el horizonte de muy largo plazo requerido (llegaban hasta 2100 y se requería proyecciones hasta 2150). Esa proyección de mortalidad preparada para SUPEN más bien fue luego utilizada en la más reciente proyección oficial de población de Costa Rica (INEC & CCP, 2013). En el presente documento se actualiza dicha proyección de población tras incorporar la información de las tablas de mortalidad de 2010-2015.

En el estudio para SUPEN de 2006, además de proyectar la mortalidad se hizo un intento para facilitar el uso de tablas de mortalidad por generaciones con lo que se denominó “tablas de vida dinámicas”, las cuales con una simple fórmula matemática estimaban la probabilidad de muerte en ciertas edades y años del futuro. Esta fórmula era una adaptación de la usada por actuarios ingleses, pero estaba restringida a cierto rango de edades y de tiempo en el futuro. En la proyección hecha luego en 2012 se buscó remover estas restricciones y ofrecer un sistema para determinar la mortalidad futura de cualquier cohorte con sobrevivientes en la actualidad o de nacidos en las próximas dos décadas, es decir la mortalidad de cohortes nacidas de 1900 a 2035 aproximadamente. Ello requería proyectar la mortalidad hasta el año 2150, como ya se ha indicado. Para que la proyección además ofrezca estimaciones de intervalos de confianza, o error probable, se usó el método de proyección estocástica de Lee-Carter. Este método de proyección de la mortalidad es cada vez más utilizado por demógrafos y actuarios del mundo. Por ejemplo, lo usan La oficina del censo de los EEUU, la Sociedad de Actuarios de ese país y la Oficina del Actuario Jefe de la Seguridad Social. En un libro reciente sobre predicciones demográficas se sostiene que Lee-Carter es “el mejor y más ampliamente usado método de proyección de la mortalidad en la literatura” (Giroso & King, 2008).

El método de Lee-Carter para proyectar la mortalidad

Los pronósticos de la mortalidad futura son componente esencial de las proyecciones de población, las cuales, a su vez son insumo clave en la planificación de los sistemas de pensiones, los servicios de salud y en aplicaciones ambientales de largo plazo. Los pronósticos de mortalidad en sí mismos son insumo importante de muchos cálculos actuariales de seguros de vida, pensiones vitalicias e hipotecas reversas. Por estas razones la investigación y operacionalización de métodos para pronosticar el futuro de la mortalidad es de gran relevancia.

Los pronósticos de mortalidad suelen prepararse en oficinas públicas, como los ministerios de planificación o las institutos de estadística, oficinas semi-públicas como los centros de investigación de universidades y en organismos internacionales como las Naciones Unidas y sus agencias. Tradicionalmente esos pronósticos solían basarse en el juicio de expertos, quienes se guiaban por consideraciones sobre cual podía ser el límite inferior de la mortalidad en los humanos o en valoraciones sobre la evolución futura de causas de muerte como el cáncer o las enfermedades cardiovasculares. Estos pronósticos de la mortalidad futura usualmente se quedaban cortos en predecir la magnitud de las disminuciones futuras (National Research Council, 2000): 132).

Lo anterior describe también lo ocurrido en Costa Rica en materia de pronósticos de mortalidad efectuados como parte de las proyecciones de población. Esos pronósticos invariablemente proyectaban una esperanza de vida menor (una mortalidad mayor) que la alcanzada por el país 10 ó 20 años después de cuando se efectuó el pronóstico. Un ejemplo extremo es la proyección efectuada por el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) en 1976 que pronosticó para el quinquenio 1995-2000 una esperanza de vida al nacer de 70,3 años para los hombres (CELADE & DGEC, 1976), la cual fue ampliamente superada por la realidad ya que el país alcanzó una de 74,7, es decir, 4,4 años mayor. Para las mujeres la discrepancia fue de 75,4 años pronosticados en comparación con 79,5 años alcanzados. Esta situación se repite, aunque en menor medida, en la última proyección de mortalidad efectuada con juicio experto en 2002, que pronostica esperanzas de vida al nacer de 76,9 y 81,8 años para hombres y mujeres respectivamente en 2012 (INEC & CCP, 2002), las cuales se quedan cortas en cerca de un año de las alcanzadas por el país en 2010-2015.

Para evitar esta clase de sesgos inherentes a las opiniones de expertos, y al mismo tiempo para disponer de procedimientos relativamente simples, Lee y Carter (Lee & Carter, 1992) propusieron un nuevo método para preparar pronósticos estocásticos (es decir, con un error estándar o intervalo de confianza) de la mortalidad. El método se basa en un modelo que describe con pocos parámetros la mortalidad en el pasado y de métodos estándar de pronóstico del curso futuro de series de tiempo con caminata aleatoria. El método Lee-Carter produce pronósticos de la distribución probable de las tasas de mortalidad y otras funciones de la tabla de vida. Es decir, ofrece la posibilidad de hacer pronósticos con un valor central y un intervalo de confianza. Los pronósticos además reflejan las tendencias del pasado. el atractivo del método Lee-Carter de proyección de la mortalidad radica en que:

- es relativamente simple pues consiste de únicamente tres parámetros;
- se desempeña bien describiendo los patrones de mortalidad del pasado;
- su validez ha sido evaluada favorablemente en proyecciones hipotéticas; y
- permite efectuar pronósticos de tipo estocástico, es decir con un intervalo de confianza.

El valor predictivo de modelo Lee-Carter se ha evaluado con proyecciones hipotéticas de la mortalidad en la segunda mitad del Siglo XX con datos de los EEUU, Canadá, Francia, Suecia y Japón (Lee & Miller, 2001). El procedimiento seguido para validar el método fue estimar el modelo a datos típicamente de la primera mitad del Siglo XX y proyectar la mortalidad para la segunda mitad del Siglo, para comparar los valores proyectados con los valores reales, haciendo variar los periodos a los que se ajusta el modelo y los horizontes de la proyección. El modelo demostró tener un elevado valor predictivo ya que el intervalo de confianza al 95% para la esperanza de vida al nacimiento incluyó al 97% de las proyecciones hipotéticas de este indicador (Lee & Miller, 2001: pág. 547). El método también demostró producir predicciones más cercanas a la realidad que proyecciones oficiales efectuadas con juicio de expertos en la misma época.

Las proyecciones con el método Lee-Carter casi siempre pronostican esperanzas de vida en el futuro más altas que los pronósticos efectuados con base en opinión de expertos. Las opiniones de expertos tienden a ser menos optimistas del futuro y sesgan los pronósticos hacia abajo. El sesgo pesimista de los expertos se ha atribuido a que el estado del conocimiento suele informarnos sobre nuestros límites pero no sobre los mecanismos para superar esos límites. Tuljapurkar y colaboradores han encontrado que la esperanza de vida al nacimiento en una muestra de países desarrollados será en el año 2050 de uno a cuatro años mayor que la predicha por las proyecciones oficiales basadas en juicios de expertos (Tuljapurkar, Li, & Boe, 2000).

El buen desempeño del método Lee-Carter ha hecho que se utilice en proyecciones de mortalidad en países tales como: los Estados Unidos (Lee, 2000), Portugal (Coelho, 2005), Austria (Carter & Prskawetz, 2001), Australia (Booth, Maindonald, & Smith, 2001), Rumania (Lazar, 2004), China y Corea del Sur (Li, Lee, & Tuljapurkar, 2004), Italia (Haberman & Russolillo, 2005), en un grupo de 10 países desarrollados (Tickle, Hyndman, de Jong, & Booth, 2006), México (García-Guerrero & Ordorica-Mellado, 2012; Pérez, González, & Guerrero, 2007), Suecia (Wang, 2007), en Argentina (Andreozzi, Blaconá, & Arnesi, 2011) y en España (Debón-Aucejo, Montes-Suay, & Sala-Garrido, 2009).

En Costa Rica el modelo Lee-Carter se usó recientemente para proyectar la mortalidad hasta 2050 con base en datos anuales de 1980 a 2010 y tablas abreviadas de mortalidad (Aguilar-Fernández, 2013), así como en la proyección preparada para SUPEN en 2012 (por edades simples hasta 115 años y con horizonte de muy largo plazo hasta el 2150) y luego adoptada en las proyecciones oficiales de población.

Formulación del modelo Lee-Carter y su estimación

Como línea de base de la proyección se usa la serie de tablas completas de mortalidad re-estimadas para los quinquenios de 1950 al 2015, es decir trece tablas para cada sexo, con información de mortalidad/sobrevivencia para 115 edades. Estas son tablas armonizadas en sus procedimientos y supuestos, de manera que son coherentes entre sí. Las tablas están disponibles en: <http://ccp.ucr.ac.cr/observa/CRindicadores/TVcompletas.html>.

El modelo de mortalidad Lee-Carter consiste en una aparentemente sencilla relación lineal en los logaritmos de la tasa de mortalidad m_{xt} en la edad x y el tiempo t (Lee & Carter, 1992):

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

En donde a , b y k son vectores de parámetros a determinar. Hay tantos valores a y b como edades (115 en cada sexo) y tantos valores k como observaciones en el tiempo:

a_x en la formulación original es el nivel medio del logaritmo de las tasas de mortalidad en cada edad x .

b_x es la velocidad de cambio de la mortalidad en la edad x .

k_t indica el nivel general de la mortalidad en el año t .

ε_{xt} es el término de error que varía con la edad x y el tiempo t .

Para estimar los parámetros del modelo hay varios procedimientos. En el presente estudio se usó el originalmente propuesto por Lee-Carter con la variante del uso de regresión de Poisson para obtener valores ajustados del vector k , de modo que el modelo reproduzca el número de defunciones de cada tiempo t (Aguilar-Fernández, 2013). La estimación se efectuó con un programa de cómputo desarrollado por Aguilar-Fernández (Aguilar-Fernández, 2012).

Una vez determinados los parámetros del modelo Lee-Carter, la proyección de la mortalidad futura es un ejercicio de extrapolación del parámetro k para valores futuros de t . Siguiendo la recomendación de Lee y Carter (1992) los valores futuros de k se estimaron con un modelo de series de tiempo tipo ARIMA de caminata aleatoria con deriva, como lo explica Aguilar-Fernández (2013). En la estimación se asumió un error aleatorio con distribución normal, el cual se determinó con simulaciones tipo Montecarlo (mil simulaciones para cada periodo).

Las tasa de mortalidad en cada edad se proyectó para cada año del periodo 2015-2150 con los valores futuros del vector k y la siguiente relación recomendada por Lee (2000):

$$\ln(m_{x,t+s}) = \ln(m_{x,t}) + b_x (k_{t+s} - k_t)$$

en donde el tiempo t es el último periodo con información disponible (en el presente caso 2010-2015, es decir el valor puntual 2013,0), s es el número de años a futuro (por ejemplo, $s = 9,5$ para tener una tasa de mortalidad para mediados del año 2022). El vector de valores b_x es el estimado con el modelo Lee-Carter y las tablas de mortalidad de 1950 a 2015. En esta reformulación del modelo Lee-Carter se usan los logaritmos de las tasas de mortalidad en el último periodo de observación, en lugar del vector a_x del modelo original. Con ello se asegura que la proyección reproduzca la última mortalidad observada, que en el presente caso es el periodo 2010-2015. Se requiere, por tanto, tres vectores de información para la proyección:

1. Los logaritmos de las tasas m_x en el último periodo observado (2010-2015);
2. el vector b_x del modelo Lee-Carter que describe la tendencia histórica en cada edad;
3. el vector de los niveles futuros de la mortalidad k_{t+s}

Con la serie de tasas de mortalidad por edad en periodos futuros se estimaron tablas de vida siguiendo el mismo procedimiento que para la tabla de 2010-2015¹. Para estimar el intervalo de confianza de las funciones de estas tablas se construyeron mil tablas de vida para cada periodo, una para cada valor de k obtenido con simulación Montecarlo de una variable aleatoria normalmente distribuida con el error estándar antes estimado para k .

¹ El factor de corrección “años vividos por los fallecieron” en la edad cero se estimó con la siguiente relación

$$a_0 = .1615 + 1.816 m_0 - .034 v$$

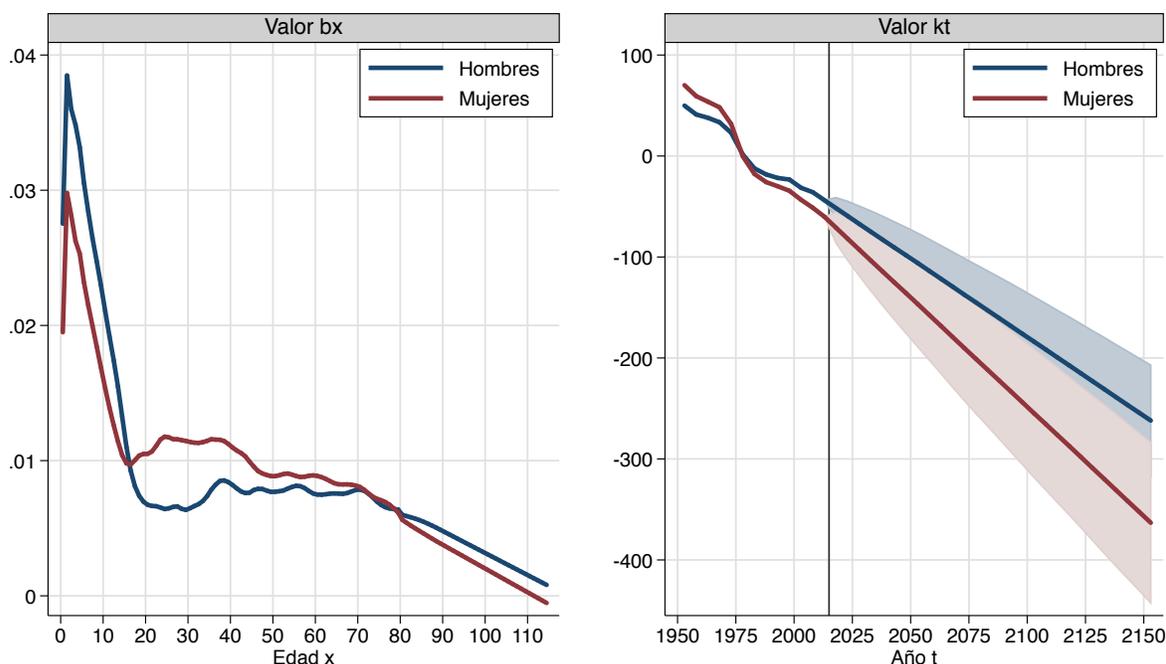
En donde V es una variable indicatriz de sexo con 1 si es varón y 0 si es mujer.

Para fines de los cálculos actuariales se utilizan los valores de las probabilidades de muerte q_x correspondientes a los m_x proyectados. Estos valores de las probabilidades q_x están disponibles a los usuarios en la página Web: <https://www.supen.fi.cr/tablas-de-vida>.

Resultados

En los anexos 1 a 3 se muestran los valores de los tres vectores del modelo Lee-Carter: m_x , b_x y k_t incluyendo la proyección estocástica de éste último hasta el año 2150 con sus correspondientes errores estándar. Los valores m_x son las tasas de mortalidad por edad reportadas como parte de la tabla de vida de 2010-2015. El gráfico 1 muestra los valores b_x y k_t . Estos valores no son de mayor interés en sí mismos sino como pasos intermedios para la proyección con el modelo Lee-Carter. La incertidumbre del curso futuro de la mortalidad está representada por las áreas de los intervalos de confianza al 95% en la gráfica de k_t . La incertidumbre aumenta a medida que la proyección se aleja del año base

Gráfico 1. Valores b_x y k_t del modelo Lee-Carter para proyectar la mortalidad de Costa Rica, por sexo

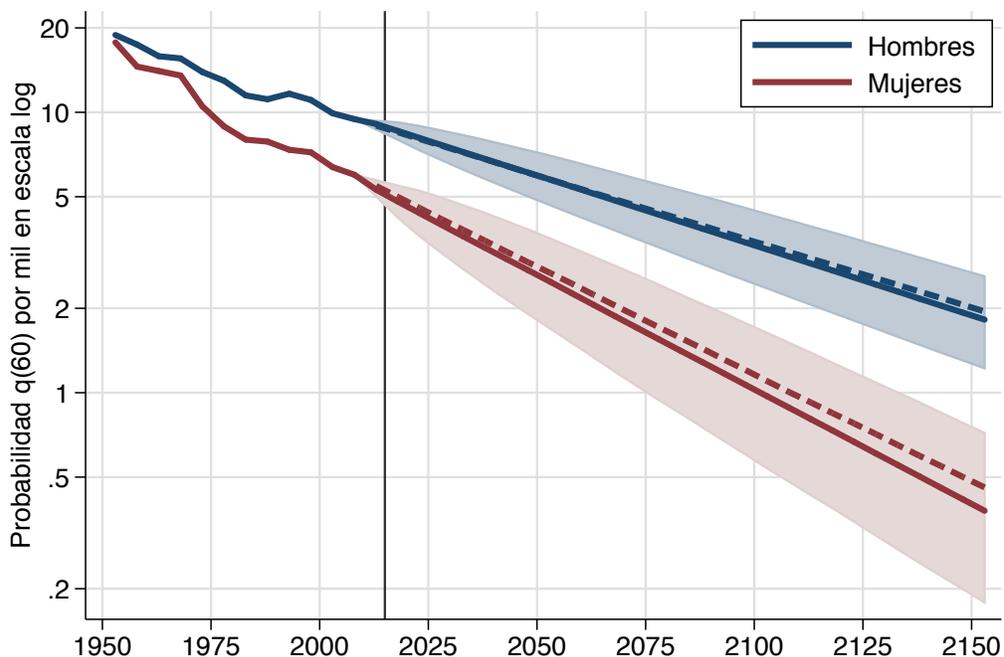


Las áreas sombreadas indican el intervalo con 95% de confianza de la proyección.

El gráfico 2 ilustra el resultado de la proyección de la probabilidad de muerte q_{60} , elegida arbitrariamente, con su correspondiente intervalo de 95% de confianza. La probabilidad de morir de los hombres de 60 años de edad en la tabla de vida de 2010-2015 fue de 9,1 por mil, menos de la mitad que la estimada en la tabla de 1950-55 (18,9 por mil). La proyección al 2150 es que caerá a 1,9 por mil con un intervalo de 95% de confianza de 1,3 a 2,7 por mil. En las mujeres la caída proyectada es relativamente más pronunciada: de 5,3

por mil en 2010-2015 a 0,4 por mil en 2150. Pero el intervalo de confianza es también relativamente más amplio, de 0,2 a 0,8 por mil.

Gráfico 2. Proyección al 2150 de la probabilidad de morir a la edad 60, por sexo

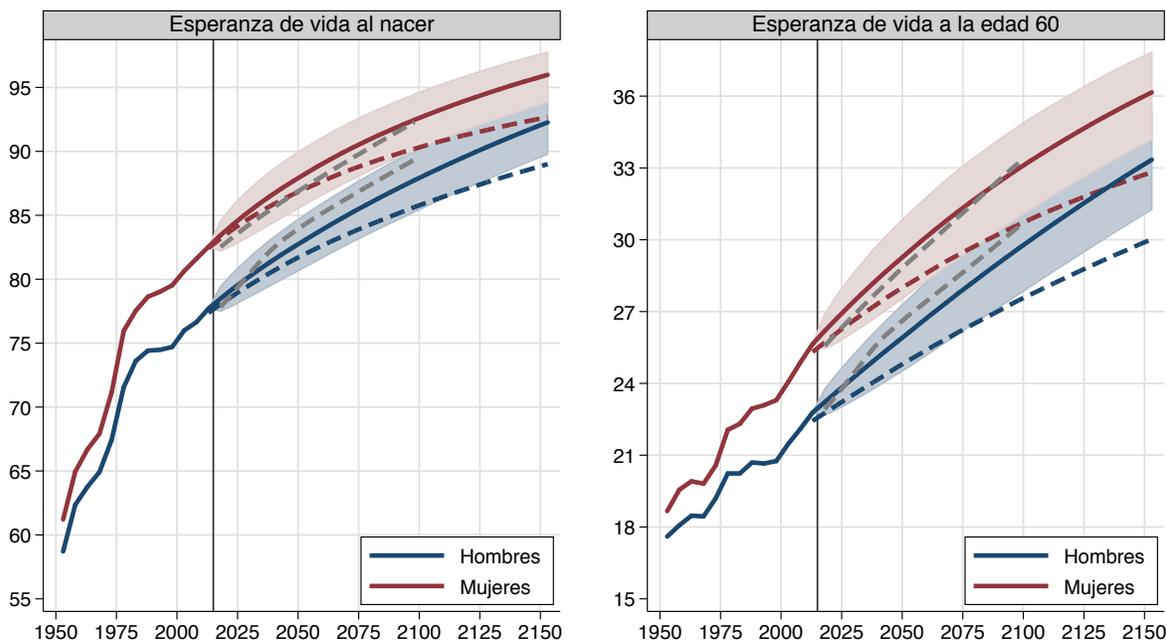


Las líneas punteadas corresponden a la proyección efectuada en 2012
Las áreas sombreadas indican el intervalo con 95% de confianza de la nueva proyección

El gráfico 2 también muestra los valores que se habían proyectado en 2012 (líneas punteadas). La nueva proyección de los hombres es de una mortalidad ligeramente menor que la proyectada anteriormente, mientras que la de las mujeres corrige hacia abajo en mayor grado la proyección anterior. Esta nueva proyección de mortalidades relativamente más bajas es el resultado de la ligera aceleración en la caída de la mortalidad que se observó en la tabla de vida de 2010-2015.

La esperanza de vida es un indicador resumen de la serie de probabilidades de muerte por edad. El gráfico 3 muestra la evolución de la esperanza de vida por contemporáneos desde 1950 y los resultados de la proyección a 2150. Se muestra la esperanza de vida al nacimiento y a una edad más relevante para los sistemas de pensiones: la edad 60. El gráfico incluye también los intervalos de confianza estimados con la proyección estocástica y comparaciones con otras proyecciones.

Gráfico 3. Proyección al 2150 de la esperanza de vida al nacer y a la edad 60, por sexo



Las áreas sombreadas indican el intervalo con 95% de confianza de la nueva proyección.
Líneas punteadas: proyección de 2012. Color gris: nueva proyección de NNUU (de 2017)

La proyección con el método Lee-Carter produce una tendencia razonable en la esperanza de vida a la luz del pasado y con ganancias cada vez menores en el futuro. La proyección de la esperanza de vida al nacer para el año 2150 es de 92,1 años para los hombres y 95,8 años para las mujeres con intervalos de confianza de cerca de dos años hacia arriba y hacia abajo. Esta proyección significa una ganancia de 14,4 y 13,3 años para hombres y mujeres respectivamente en los 135 años venideros, es decir una ganancia de casi un año por cada década, bastante menos que los entre 3 y 4 años de ganancia por década en el último medio siglo. La proyección también sugiere una reducción futura en la brecha de esperanza de vida entre hombres y mujeres que pasaría de ser 4,8 años en 2010-2015 a 3,7 años en 2150.

El gráfico 3 muestra también las esperanzas de vida obtenidas en la proyección de 2012 (líneas punteadas). La nueva proyección resultó en esperanzas de vida al nacer substancialmente mayores a medida que uno se aleja del año base. Para el 2150, la esperanza de vida proyectada es 3,4 años mayor que en la proyección anterior tanto en hombres como en mujeres.

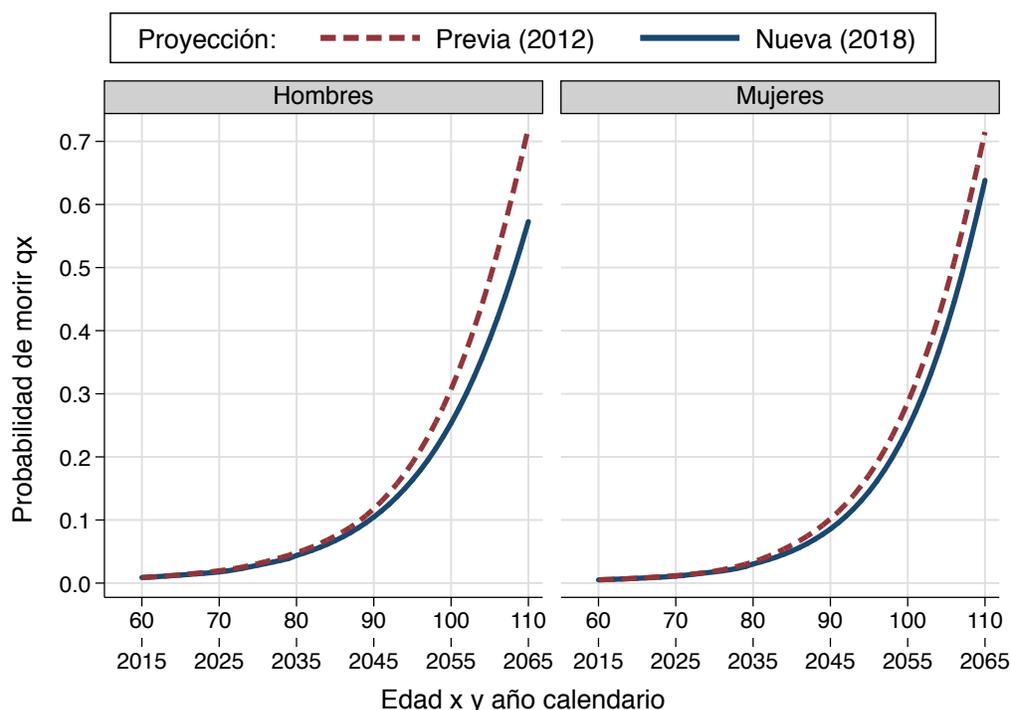
En el gráfico 3 también se incluye la proyección de esperanza de vida de la División de Población de las Naciones Unidas actualizada en 2017 (UNPD, 2017), la cual llega hasta el año 2100. La proyección de NNUU para las mujeres es muy parecida al presente estudio, pero es más alta para los hombres: 89,3 años frente a 87,7 años en 2100.

La esperanza de vida a la edad 60 muestra también una tendencia razonable de progreso en el futuro. Se proyecta que en 2150 será de 33,2 y 36,0 años para hombres y mujeres, es decir, 11 y 12 años mayor que la del último periodo observado. Esta nueva proyección implica un progreso bastante mayor que el proyectado cinco años atrás.

En el anexo 3 se muestran las esperanzas de vida al nacer y a los 60 años de edad de la presente proyección.

Las tablas de mortalidad por contemporáneos con que se calcularon las esperanzas de vida anteriores tienen un propósito ilustrativo. En los cálculos actuariales se recomienda usar series de probabilidades de muerte y tablas de vida por generación o cohorte. El gráfico 4 muestra la serie de probabilidades de muerte por edad proyectadas para la cohorte de personas nacidas en 1955 y que cumplieron 60 años en 2015. Conviene notar que cada probabilidad en este caso corresponde a una época diferente: así la probabilidad de morir a los 70 años de esta cohorte es la proyectada para 2025 y la de morir a los 80 es la de 2035. Estas series de probabilidades por cohorte son las que obtienen los usuarios de la página web de SUPEN antes citada.

Gráfico 4. Probabilidades de muerte proyectadas para la cohorte de nacidos en 1955, por sexo. Comparación con la proyección previa (2012)



El gráfico 4 también presenta las probabilidades de morir que se había proyectado en 2012 (líneas punteadas). La comparación muestra que la nueva serie proyecta mortalidades menores, como ya se ha indicado. A la edad 80 años, por ejemplo, se espera que los individuos de esta cohorte fallezcan con probabilidades de 43,7 y 30,3 por mil para

hombres y mujeres respectivamente, las cuales son 9% y 10% más bajas que las de la proyección previa. Como referencia, los probabilidades q_{80} observadas en la tabla de vida de 2010-2015 fueron 53,6 y 39,5 por mil para hombres y mujeres (cuadro 1), es decir que se ha proyectado una disminución de la mortalidad de 18% y 23% respectivamente.

Cuadro 1. Indicadores seleccionados de las tablas de vida de 2010-2015 y de la cohorte de nacidos en 1955.

| Tabla de vida | e_{60} hombres | e_{60} mujeres | q_{80} hombres | q_{80} mujeres |
|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Periodo 2010-2015 | 22,8 | 25,6 | 0,0536 | 0,0395 |
| Cohorte nacidos en 1955 | 24,3 | 27,6 | 0,0437 | 0,0303 |

Bibliografía

- Aguilar-Fernández, E. (2012). *Parametrización de la mortalidad de Costa Rica en los Siglos XX y XXI*. (Maestría Académica), Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
- Aguilar-Fernández, E. (2013). Estimación y proyección de la mortalidad para Costa Rica con la aplicación del método Lee-Carter con dos variantes. *Población y Salud en Mesoamérica*, 11(1), Artículo 3.
- Andreozzi, L., Blaconá, M. T., & Arnesi, N. (2011). *The Lee Carter method, for estimating and forecasting mortality: an application for Argentina*. Paper presented at the ISF, Prague.
- Booth, H., Maindonald, J. H., & Smith, L. (2001). *Age-time interactions in mortality projection: Applying Lee-Carter to Australia*. Australia: Demography and Sociology Program, Research School of Social Sciences, Australian National University.
- Carter, L. R., & Prskawetz, A. (2001). *Examining structural shifts in mortality using the Lee-Carter method* (Vol. 39). Rostock: Max Planck Institute for Demographic Research.
- CELADE, & DGEC. (1976). *Evaluación del Censo de 1973 y Proyección de la Población por Sexo y Edad. 1950-2000*. San José, Costa Rica: Publicaciones de la Dirección General de Estadística y Censos.
- Coelho, E. (2005). *The Lee-Carter method for forecasting mortality, the Portuguese experience*. Paper presented at the Joint Eurostat-UNECE Work Session on Demographic Projections, Vienna, Austria.
- Debón-Aucejo, A., Montes-Suay, F., & Sala-Garrido, R. (2009). *Tablas de mortalidad dinámicas para España. Una aplicación a la hipoteca inversa*. Valencia, España: Universitat Valencia.
- García-Guerrero, V. M., & Ordorica-Mellado, M. (2012). Proyección estocástica de la mortalidad mexicana por medio del método de Lee-Carter. *Estudios Demográficos y Urbanos*, 27(2), 409-448.
- Giroi, F., & King, G. (2008). *Demographic Forecasting*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Haberman, S., & Russolillo, M. (2005). *Lee Carter mortality forecasting: application to the italian population*. London: Cass Business School.
- INEC, & CCP. (2002). *Estimaciones y proyecciones de población 1970-2050* San José Costa Rica: Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC).
- INEC, & CCP. (2013). *Estimaciones y proyecciones de población por sexo y edad 1950-2050* San Jose, Costa Rica: Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- Lazar, D. (2004). *On forecasting mortality using Lee-Carter method*. Cluj-Napoca, România: Babes-Bolyai University DP.
- Lee, R. D. (2000). The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, 4(1), 80-94.
- Lee, R. D., & Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), 659-675.
- Lee, R. D., & Miller, T. (2001). Evaluating the Performance of the Lee-Carter Method for Forecasting Mortality. *Demography*, 38(3).

- Li, N., Lee, R. D., & Tuljapurkar, S. (2004). Using the Lee–Carter method to forecast mortality for populations with limited data. *International Statistical Review*, 72(1), 19-36.
- National Research Council. (2000). *Beyond Six Billion: Forecasting the World's Population*. Washington, DC: National Academy Press.
- Pérez, C., González, Y., & Guerrero, V. M. (2007). Pronósticos estadísticos de mortalidad y su impacto sobre el Sistema de Pensiones de México. Mexico: SOMEDE.
- Tickle, L., Hyndman, R. J., de Jong, P., & Booth, H. (2006). Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions. *Demographic Research*, 15(1), 289-310.
- Tuljapurkar, S., Li, N., & Boe, C. (2000). A universal pattern of mortality decline in the G7 countries. *Nature*, 405(6788), 789-792.
- UNPD. (2011). *World Population Prospects: The 2010 Revision* (Vol. CD-ROM edition). New York: United Nations Department of Economic and Social Affairs/Population Division.
- UNPD. (2017). *World Mortality Report 2017, CD-ROM Edition - Datasets in Excel formats (POP/DB/MORT/2017)* U. N. P. Division (Ed.) Retrieved from <http://www.un.org/en/development/desa/population/publications/mortality/world-mortality-cdrom-2017.shtml>
- Wang, J. Z. (2007). *Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model*. Estocolmo, Suecia: Matematisk statistik, Stockholms universitet.

Anexo 1. Parámetro b_x del modelo Lee-Carter para Costa Rica 1950-2010

| Edad | Hombres | Mujeres | Edad | Hombres | Mujeres | Edad | Hombres | Mujeres |
|------|----------|----------|------|----------|----------|------|----------|-----------|
| 0 | 0.027527 | 0.019494 | 45 | 0.007827 | 0.009554 | 90 | 0.004713 | 0.003691 |
| 1 | 0.038482 | 0.029796 | 46 | 0.007912 | 0.009228 | 91 | 0.004551 | 0.003515 |
| 2 | 0.035973 | 0.028114 | 47 | 0.007899 | 0.009051 | 92 | 0.004388 | 0.003339 |
| 3 | 0.034835 | 0.026241 | 48 | 0.007786 | 0.008940 | 93 | 0.004225 | 0.003163 |
| 4 | 0.033178 | 0.025302 | 49 | 0.007692 | 0.008857 | 94 | 0.004062 | 0.002988 |
| 5 | 0.030508 | 0.023159 | 50 | 0.007695 | 0.008850 | 95 | 0.003899 | 0.002812 |
| 6 | 0.028417 | 0.021488 | 51 | 0.007733 | 0.008915 | 96 | 0.003736 | 0.002636 |
| 7 | 0.026452 | 0.019967 | 52 | 0.007793 | 0.009006 | 97 | 0.003573 | 0.002460 |
| 8 | 0.024727 | 0.018426 | 53 | 0.007935 | 0.009050 | 98 | 0.003411 | 0.002284 |
| 9 | 0.022954 | 0.016868 | 54 | 0.008051 | 0.008967 | 99 | 0.003248 | 0.002109 |
| 10 | 0.021036 | 0.015338 | 55 | 0.008143 | 0.008858 | 100 | 0.003085 | 0.001933 |
| 11 | 0.019185 | 0.013907 | 56 | 0.008105 | 0.008783 | 101 | 0.002922 | 0.001757 |
| 12 | 0.017421 | 0.012623 | 57 | 0.007964 | 0.008812 | 102 | 0.002759 | 0.001581 |
| 13 | 0.015472 | 0.011414 | 58 | 0.007743 | 0.008881 | 103 | 0.002596 | 0.001405 |
| 14 | 0.013237 | 0.010395 | 59 | 0.007568 | 0.008910 | 104 | 0.002434 | 0.001230 |
| 15 | 0.011021 | 0.009794 | 60 | 0.007489 | 0.008867 | 105 | 0.002271 | 0.001054 |
| 16 | 0.009249 | 0.009711 | 61 | 0.007476 | 0.008770 | 106 | 0.002108 | 0.000878 |
| 17 | 0.008106 | 0.010033 | 62 | 0.007512 | 0.008641 | 107 | 0.001945 | 0.000702 |
| 18 | 0.007394 | 0.010374 | 63 | 0.007560 | 0.008479 | 108 | 0.001782 | 0.000526 |
| 19 | 0.006968 | 0.010492 | 64 | 0.007573 | 0.008322 | 109 | 0.001619 | 0.000351 |
| 20 | 0.006732 | 0.010504 | 65 | 0.007562 | 0.008247 | 110 | 0.001456 | 0.000175 |
| 21 | 0.006647 | 0.010673 | 66 | 0.007543 | 0.008237 | 111 | 0.001294 | -0.000001 |
| 22 | 0.006627 | 0.011084 | 67 | 0.007598 | 0.008242 | 112 | 0.001131 | -0.000177 |
| 23 | 0.006535 | 0.011557 | 68 | 0.007719 | 0.008217 | 113 | 0.000968 | -0.000353 |
| 24 | 0.006417 | 0.011773 | 69 | 0.007824 | 0.008158 | 114 | 0.000805 | -0.000528 |
| 25 | 0.006470 | 0.011719 | 70 | 0.007860 | 0.008051 | | | |
| 26 | 0.006576 | 0.011588 | 71 | 0.007770 | 0.007849 | | | |
| 27 | 0.006615 | 0.011579 | 72 | 0.007561 | 0.007579 | | | |
| 28 | 0.006434 | 0.011512 | 73 | 0.007280 | 0.007341 | | | |
| 29 | 0.006354 | 0.011455 | 74 | 0.006973 | 0.007178 | | | |
| 30 | 0.006481 | 0.011381 | 75 | 0.006720 | 0.007068 | | | |
| 31 | 0.006637 | 0.011325 | 76 | 0.006551 | 0.006934 | | | |
| 32 | 0.006780 | 0.011310 | 77 | 0.006459 | 0.006732 | | | |
| 33 | 0.007011 | 0.011366 | 78 | 0.006416 | 0.006465 | | | |
| 34 | 0.007373 | 0.011462 | 79 | 0.006386 | 0.006165 | | | |
| 35 | 0.007857 | 0.011584 | 80 | 0.005982 | 0.005614 | | | |
| 36 | 0.008221 | 0.011554 | 81 | 0.005894 | 0.005400 | | | |
| 37 | 0.008492 | 0.011545 | 82 | 0.005808 | 0.005192 | | | |
| 38 | 0.008538 | 0.011447 | 83 | 0.005713 | 0.004993 | | | |
| 39 | 0.008408 | 0.011232 | 84 | 0.005600 | 0.004801 | | | |
| 40 | 0.008194 | 0.010969 | 85 | 0.005475 | 0.004611 | | | |
| 41 | 0.007938 | 0.010745 | 86 | 0.005339 | 0.004420 | | | |
| 42 | 0.007717 | 0.010561 | 87 | 0.005193 | 0.004230 | | | |
| 43 | 0.007601 | 0.010315 | 88 | 0.005037 | 0.004045 | | | |
| 44 | 0.007625 | 0.009924 | 89 | 0.004876 | 0.003867 | | | |

Anexo 2. Parámetro k_t del modelo Lee-Carter para Costa Rica 1950-2010

| Año | Hombres | | Mujeres | |
|------|------------|----------|------------|----------|
| | k_t | E.S. | k_t | E.S. |
| 1950 | 49.86539 | | 70.10675 | |
| 1955 | 41.11192 | | 59.34285 | |
| 1960 | 37.87934 | | 53.80047 | |
| 1965 | 33.38833 | | 48.24239 | |
| 1970 | 23.05558 | | 31.70289 | |
| 1975 | 1.49853 | | -0.34014 | |
| 1980 | -12.27507 | | -17.80053 | |
| 1985 | -18.25006 | | -25.84844 | |
| 1990 | -21.79458 | | -30.00103 | |
| 1995 | -23.32078 | | -34.43277 | |
| 2000 | -31.52132 | | -43.39543 | |
| 2005 | -35.85084 | | -51.21788 | |
| 2010 | -43.78645 | | -60.15913 | |
| 2015 | -51.66125 | 5.33132 | -71.07099 | 7.72391 |
| 2020 | -59.48838 | 7.45313 | -81.97498 | 10.86944 |
| 2025 | -67.34368 | 9.01358 | -92.86800 | 13.22970 |
| 2030 | -75.16603 | 10.55708 | -103.73560 | 15.27217 |
| 2035 | -82.90440 | 11.84704 | -114.48490 | 17.17768 |
| 2040 | -90.64189 | 12.98662 | -125.21340 | 18.75860 |
| 2045 | -98.28622 | 14.07632 | -135.80720 | 20.24737 |
| 2050 | -105.95200 | 15.09280 | -146.53390 | 21.56635 |
| 2055 | -113.82650 | 16.00825 | -157.45810 | 22.77905 |
| 2060 | -121.63440 | 16.79173 | -168.33670 | 24.05240 |
| 2065 | -129.42720 | 17.57868 | -179.28510 | 25.37379 |
| 2070 | -137.34450 | 18.35575 | -190.14330 | 26.52054 |
| 2075 | -145.03290 | 19.13349 | -200.95930 | 27.59392 |
| 2080 | -152.86060 | 19.92614 | -211.72350 | 28.42422 |
| 2085 | -160.62020 | 20.68984 | -222.45790 | 29.45950 |
| 2090 | -168.42110 | 21.45488 | -233.22980 | 30.49103 |
| 2095 | -176.22210 | 22.09087 | -244.06950 | 31.40293 |
| 2100 | -183.95390 | 22.62438 | -254.94020 | 32.43262 |
| 2105 | -191.75000 | 23.27508 | -265.62540 | 33.22664 |
| 2110 | -199.58950 | 23.81900 | -276.43050 | 34.09858 |
| 2115 | -207.32630 | 24.44704 | -287.17540 | 34.78340 |
| 2120 | -215.16150 | 25.01043 | -298.04190 | 35.63244 |
| 2125 | -223.01000 | 25.47178 | -308.97970 | 36.57980 |
| 2130 | -230.79830 | 26.08526 | -319.82790 | 37.48730 |
| 2135 | -238.68630 | 26.54242 | -330.69220 | 38.38142 |
| 2140 | -246.48570 | 27.06952 | -341.57160 | 39.05564 |
| 2145 | -254.22580 | 27.49395 | -352.33630 | 39.69311 |
| 2150 | -261.99270 | 27.98033 | -363.18340 | 40.53680 |

E. S. = Error estándar del valor proyectado

Anexo 3. Esperanza de vida al nacer y a la edad 60 en la tablas de vida por contemporáneos. Costa Rica 1950-2150.

| Periodo | Esperanza de vida al nacer | | Esperanza de vida a edad 60 | |
|-------------|----------------------------|--------------|-----------------------------|--------------|
| | Hombres | Mujeres | Hombres | Mujeres |
| 1950 - 1955 | 58.71 | 61.21 | 17.60 | 18.66 |
| 1955 - 1960 | 62.35 | 64.95 | 18.07 | 19.56 |
| 1960 - 1965 | 63.76 | 66.68 | 18.47 | 19.91 |
| 1965 - 1970 | 64.92 | 67.91 | 18.44 | 19.81 |
| 1970 - 1975 | 67.42 | 71.12 | 19.20 | 20.57 |
| 1975 - 1980 | 71.55 | 75.95 | 20.24 | 22.06 |
| 1980 - 1985 | 73.61 | 77.54 | 20.24 | 22.31 |
| 1985 - 1990 | 74.42 | 78.63 | 20.69 | 22.95 |
| 1990 - 1995 | 74.48 | 79.02 | 20.65 | 23.09 |
| 1995 - 2000 | 74.70 | 79.52 | 20.75 | 23.30 |
| 2000 - 2005 | 75.99 | 80.64 | 21.48 | 24.07 |
| 2005 - 2010 | 76.64 | 81.60 | 22.11 | 24.88 |
| 2010 - 2015 | 77.70 | 82.54 | 22.78 | 25.64 |
| 2015 - 2020 | 78.49 (0.52) | 83.44 (0.29) | 23.22 (0.60) | 26.19 (0.37) |
| 2020 - 2025 | 79.24 (0.69) | 84.27 (0.40) | 23.65 (0.80) | 26.71 (0.51) |
| 2025 - 2030 | 79.95 (0.79) | 85.04 (0.48) | 24.08 (0.91) | 27.22 (0.60) |
| 2030 - 2035 | 80.64 (0.89) | 85.76 (0.56) | 24.51 (0.99) | 27.71 (0.68) |
| 2035 - 2040 | 81.28 (0.96) | 86.44 (0.63) | 24.93 (1.06) | 28.19 (0.74) |
| 2040 - 2045 | 81.91 (1.02) | 87.08 (0.68) | 25.34 (1.09) | 28.65 (0.79) |
| 2045 - 2050 | 82.50 (1.07) | 87.68 (0.73) | 25.75 (1.12) | 29.09 (0.83) |
| 2050 - 2055 | 83.08 (1.11) | 88.25 (0.77) | 26.15 (1.14) | 29.52 (0.86) |
| 2055 - 2060 | 83.66 (1.14) | 88.81 (0.81) | 26.56 (1.14) | 29.96 (0.88) |
| 2060 - 2065 | 84.22 (1.16) | 89.34 (0.84) | 26.96 (1.15) | 30.37 (0.91) |
| 2065 - 2070 | 84.76 (1.19) | 89.85 (0.87) | 27.36 (1.16) | 30.78 (0.93) |
| 2070 - 2075 | 85.29 (1.21) | 90.34 (0.90) | 27.75 (1.16) | 31.17 (0.95) |
| 2075 - 2080 | 85.80 (1.23) | 90.80 (0.93) | 28.13 (1.16) | 31.55 (0.96) |
| 2080 - 2085 | 86.30 (1.25) | 91.24 (0.95) | 28.52 (1.15) | 31.92 (0.96) |
| 2085 - 2090 | 86.79 (1.27) | 91.66 (0.98) | 28.89 (1.14) | 32.28 (0.97) |
| 2090 - 2095 | 87.27 (1.28) | 92.07 (1.00) | 29.27 (1.14) | 32.63 (0.97) |
| 2095 - 2100 | 87.74 (1.29) | 92.46 (1.01) | 29.63 (1.13) | 32.97 (0.98) |
| 2100 - 2105 | 88.19 (1.29) | 92.84 (1.03) | 29.99 (1.12) | 33.30 (0.98) |
| 2105 - 2110 | 88.64 (1.30) | 93.20 (1.04) | 30.35 (1.11) | 33.62 (0.98) |
| 2110 - 2115 | 89.08 (1.30) | 93.55 (1.05) | 30.70 (1.10) | 33.93 (0.97) |
| 2115 - 2120 | 89.51 (1.31) | 93.89 (1.06) | 31.05 (1.08) | 34.23 (0.97) |
| 2120 - 2125 | 89.93 (1.31) | 94.22 (1.07) | 31.39 (1.07) | 34.53 (0.96) |
| 2125 - 2130 | 90.34 (1.31) | 94.54 (1.07) | 31.73 (1.06) | 34.82 (0.96) |
| 2130 - 2135 | 90.74 (1.31) | 94.85 (1.08) | 32.06 (1.05) | 35.10 (0.96) |
| 2135 - 2140 | 91.14 (1.30) | 95.15 (1.09) | 32.40 (1.04) | 35.38 (0.96) |
| 2140 - 2145 | 91.53 (1.30) | 95.44 (1.09) | 32.72 (1.03) | 35.65 (0.95) |
| 2145 - 2150 | 91.90 (1.30) | 95.71 (1.09) | 33.03 (1.01) | 35.90 (0.94) |
| 2150 - 2155 | 92.27 (1.29) | 95.98 (1.09) | 33.34 (1.00) | 36.16 (0.94) |

En paréntesis el Error Estándar de la proyección.